

6109

1 自由度エレベータモデルによるロープ横振動の評価 Evaluation of Rope Lateral Vibration based on 1-DOF Elevator Model

○正 渡辺 誠治*¹
Seiji WATANABE*¹

*¹ 三菱電機株式会社 Mitsubishi Electric Corp.

An elevator car is suspended by ropes to move vertically along the elevator shaft. When the car stops at a specific floor in the building, the car might receive a large rope sway due to an enforced motion of the building during a strong wind or a big earthquake. Several modelings of the elevator rope sway have been proposed. One derives a difference equation against the wave propagation equation of the string vibration to evaluate the resonance behavior of the elevator suspension rope. As another modeling, simplified equations of rope motion are derived against the horizontal and vertical direction. Each equation is expressed as 1-DOF model and the both vibration modes are coupled with each other. In this paper, the simplified 1-DOF model is compared with the difference equation, especially for the nonlinear resonance behavior. As the resonance behavior of the rope sway is influenced by several physical parameters, effects of the rope length, rope linear density and car weight are evaluated.

Key words : Elevator, Rope sway, String vibration, Nonlinear vibration, Resonance

1. 緒 言

強風や地震によって建物が揺れ続けた場合、特定のかご位置においてエレベータロープが大きく横に揺れる、共振現象が知られている。ロープ揺れを推定するための解析手法としては、弦振動モデル、多質点モデル、差分方程式モデルなど種々のモデルが提案されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。

日本機械学会交通・物流部門の下部組織である昇降機・遊戯施設技術委員会では、研究会活動「エレベータロープ振れ計算ワーキンググループ」において、エレベータの主ロープを対象として、差分方程式を用いたロープ振れの計算評価を行っている⁽⁴⁾。この報告では、建物高さの違いとして影響してくるロープ長さを変更した場合の、最大応答倍率や共振周波数などの共振特性について分析した結果を示している。

一方、著者は、エレベータロープの横振動と縦振動を、それぞれ1自由度の振動モデルと考えた定式化手法について報告している⁽⁵⁾。ここで、得られたモデルは、横変位と縦変位が互いに連成する振動方程式となっている。

そこで、本報告では、提案した1自由度の方程式が、差分方程式とどの程度一致するのかを検証した結果について示す。さらに、ロープ振れに関連するパラメータの内、ロープ長さ、線密度、張力(かご質量)を変更して、共振倍率を無次元化して評価した結果について示す。

2. ロープ振れのモデル

文献⁽⁴⁾では、図1のモデルを用いて、ロープ弦振動に対する波動方程式で評価を行っている。

$$\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + C \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right) = 0 \quad (1)$$

*¹ 正員, 三菱電機株式会社 (〒 661-8661 兵庫県尼崎市 塚口本町 8-1-1)
E-mail of corresponding author: Watanabe.Seiji@ay.MitsubishiElectric.co.jp

ここで、 $\rho, C, T(x)$ は、ロープの線密度、減衰係数、ロープ張力を表す。

y は、時間 t と空間座標 x の関数であるため、以下のとおり時間と空間に対する差分方程式を導入し、ロープ振れ $y(x, t)$ を評価する。

$$\left(1 + \frac{C\Delta t}{2\rho}\right)y_{j+1}^i = 2\left(1 - \frac{\Delta t^2 T(x)}{\Delta x^2 \rho}\right)y_j^i + \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \left(\frac{T(x)}{\rho} - g\frac{\Delta x}{2}\right)y_{j+1}^{i+1} + \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \left(\frac{T(x)}{\rho} + g\frac{\Delta x}{2}\right)y_{j-1}^{i-1} + \left(-1 + \frac{C\Delta t}{2\rho}\right)y_{j-1}^i \quad (2)$$

ここで、 $\Delta t, \Delta x, i, j$ は、時間刻み、ロープ分割長さ、空間座標と時間座標の離散番号を表す。

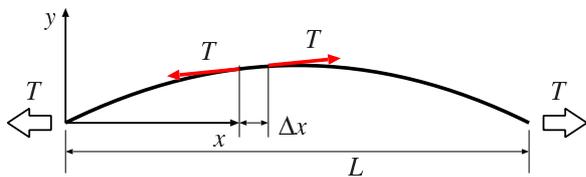


Fig. 1 Rope string vibration model

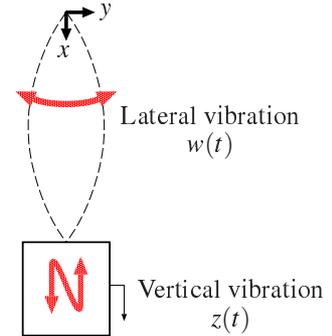


Fig. 2 Rope vibration model of two parameters

次に、エレベーターロープの1自由度振動モデルを図2に示す。ここで、ロープ上端を座標系原点とし、鉛直下向きを x 方向、水平方向を y 方向と定義している。ロープの縦横振動に関する連成の運動方程式は、以下の2式で表現できる⁽⁵⁾。

$$\rho \ddot{w} + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 k(z + \Delta) \left(w - \frac{2}{\pi} y_b\right) = 0, \quad w = q_1 + \frac{2}{\pi} y_b, \quad \Delta = \frac{\pi^2}{4L} q_1^2 \quad (3)$$

$$\hat{M} \ddot{z} + k(z + \Delta) = \hat{T} \quad (4)$$

ロープの横方向変位 w は、1次の弦振動モード振幅 q_1 と建物頂部の変位 y_b を用いて、式(3)で表される。また、かご上下変位 z は、式(4)で与えられる。

ここで、等価質量 \hat{M} と等価張力 \hat{T} は、次式で定義される。

$$\hat{M} = M + \frac{1}{3} \rho L \quad (5)$$

$$\hat{T} = \left(M + \rho \frac{L}{2}\right) g \quad (6)$$

M, L は、かご質量、ロープ長さを表す。また、ロープの鉛直方向剛性 k は、次式で与えられる。

$$k = \frac{EA}{L} \quad (7)$$

ここで、 E, A はロープのヤング率、断面積を表す。

3. 差分方程式と1自由度振動モデルの比較

以下では、表1に示す条件で、建物上部(ロープ上端)に正弦波の強制変位加振入力 (y_b) を与え、ロープ振れの定常振幅を数値計算により求めた結果について示す。なお、計算ではロープ1本での評価を実施している。

ロープ振れの共振時における振幅の応答倍率を評価するためには、ロープ振れに対する減衰比を適切に設定する必要がある。ロープ振れの減衰比はロープ振幅や張力に依存することが実験的に知られており、一定の値を設定することは困難であるが、ここでは既存の公知文献情報⁽⁶⁾を参考に、 $\zeta = 0.2\%$ として計算を実施する。

ロープ長さに関して、 $L = 20, 40, 60, 80\text{m}$ の4パターンで計算した結果を図3に示す。各グラフでは、ロープ共振周波数前後の周波数範囲で建物強制変位加振の加振周波数を変えて、その時のロープ振れ最大値を表示してい

る。また、建物の強制変位加振振幅 y_b は、 $L = 20, 40\text{m}$ の場合に $y_b = 2, 10, 20\text{mm}$ で計算を行い、 $L = 60, 80\text{m}$ の場合は $y_b = 2, 20, 100, 200\text{mm}$ で計算している。

図3の左図は、差分方程式による数値計算結果であり、右図は1自由度振動モデルによる結果である。

Table 1 Simulation parameters (* referred to paper⁽⁷⁾)

Enforced input	y_b	[mm]	2, 10, 20, 100, 200
Rope length	L	[m]	20, 40, 60, 80
Rope linear density	ρ	[kg/m]	0.494
Car weight	M	[kg]	200
Lateral damping ratio	ζ_h	[%]	0.2
Vertical damping ratio	ζ_v	[%]	1.0
Rope Young's modulus*	E	[GPa]	51.45
Rope cross section area*	A	[mm ²]	52.1

図3より、建物入力が微小な線形応答に近い状態では、差分方程式と1自由度振動モデルの結果は一致していることがわかる。一方、建物入力が大きくなり、共振周波数が低周波側にずれていく非線形効果が生じる場合、1自由度振動モデルでは、最大ピークが小さくなる結果が得られる。この理由として、以下が考えられる。

- 縦振動の動特性を考慮した1自由度振動モデルでは、横振動による幾何学的なかごの持ち上がり量以上に、かご振動が発生している。そのため、差分方程式よりも大きな縦振動によって、張力が緩みやすくなることで、共振点の傾きがより急激となる。これにより応答倍率が低下している。
 - ロープヤング率 E を大きくすることで、かごの上下振動の応答を横振動による幾何学的なかご持ち上がり量に近づけると、差分方程式の応答に近づくことを確認済みである。
- 縦振動に減衰項を設けた1自由度の縦振動モデルでは、ロープ横振動に伴う縦振動で、横揺れを減衰させる効果となっている。そのため、設定した縦振動の減衰が、横振動の減衰比を等価的に増やすように作用している。
 - 縦振動の減衰を非常に小さな値にすることで、差分方程式の応答に近づくことを確認済みである。
- ロープ長が長くなると、ロープ全長に渡っての張力変化が大きくなり、ロープ振れの振動モードは最大振幅位置が中央から下側にずれる形状に変化する。これに対し、1自由度振動モデルでは、正弦波のモード形状を仮定していることから、差分方程式からのずれが発生していると考えられる。
- 1自由度振動モデルは、微小変形を前提として導出した簡易モデルであるため、かご上下振動が大きくなる大変形での精度低下が想定される。

以上のように、1自由度振動モデルの簡易化によるモデル化誤差が発生しているのとは別に、差分方程式による定式化では、かご縦振動の運動方程式が含まれていないため、この影響を把握しておかなければならない。よって、より精度の高い検証として、実機試験や他の解析手法(多質点モデルや有限要素モデル)との比較が、今後必要である。

なお、図3の右図で示す1自由度振動モデルの結果では、 $L = 60, 80\text{m}$ で建物加振 $y_b = 200\text{mm}$ の場合に、張力が0になる瞬間が存在する。正弦波の強制加振を与える数値計算の初期段階では、自由振動と強制振動によるうなり現象が発生する。特に1発目のうなりピーク時に、大きな縦振動の自由振動が発生することで、張力抜けが発生している。

この時、数値計算モデルでは、張力が0になった段階で、式(4)で用いているロープの鉛直方向剛性 k を非常に小さな値に置き換えて、圧縮力が作用しない非線形バネとしている。なお、自由振動が減衰した後の定常状態では、縦振動と横振動が小さくなることで、ロープ張力抜けの状態は発生しない。

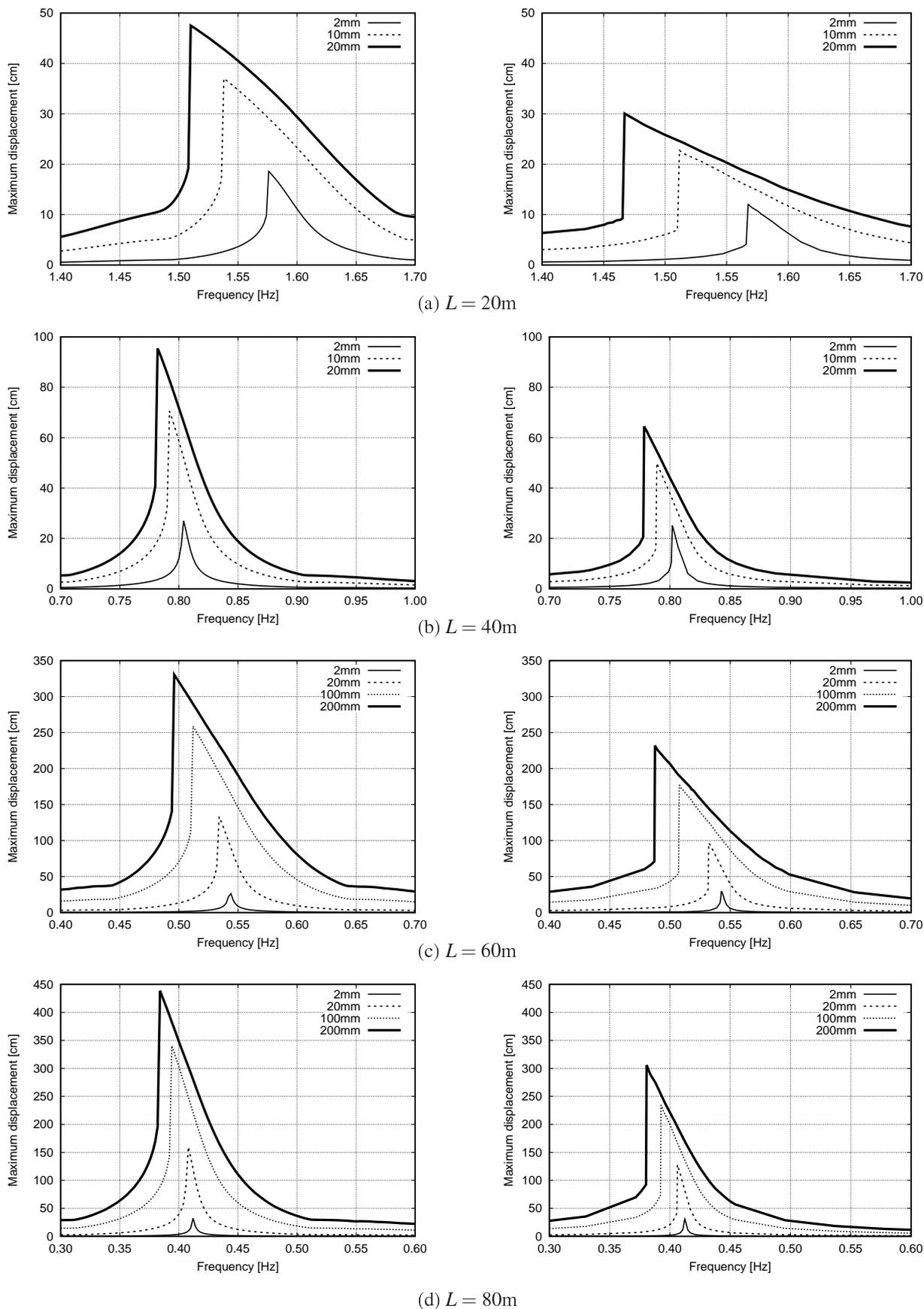


Fig. 3 Influence of rope length and building enforced motion (Left: difference equation, Right: 1-dof model)

4. 共振倍率の評価

4.1 ロープ長さの影響

式(3)において、張力が変化しない前提で、建物振動に関する外力項 Y_b を書き下すと、次式となる。

$$Y_b = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \hat{T} \frac{2}{\pi} y_b \frac{1}{\rho} \quad (8)$$

建物入力 y_b に対して L^2 が作用するため、ロープ長さによらない建物等価入力として、 y_b/L^2 を与える。

建物等価入力 (y_b/L^2) を横軸にして、ロープ振れの応答倍率を整理すると図4を得る。図4の縦軸は、図3で得られたロープ振れの最大値 (y_{max}) を、建物強制変位加振入力の等価換算値 (\bar{y}_b) で割った値 (y_{max}/\bar{y}_b) で無次元化した値である。なお、 \bar{y}_b については、式(3)の強制変位加振入力から次式で与える。

$$\bar{y}_b = \frac{2}{\pi} y_b \quad (9)$$

また、グラフの右軸には、振動応答倍率から逆算したロープの等価減衰比 $\bar{\zeta}$ を示している。

$$\frac{y_{max}}{\bar{y}_b} = \frac{1}{2\bar{\zeta}} \rightarrow \bar{\zeta} = \frac{\bar{y}_b}{2y_{max}} \quad (10)$$

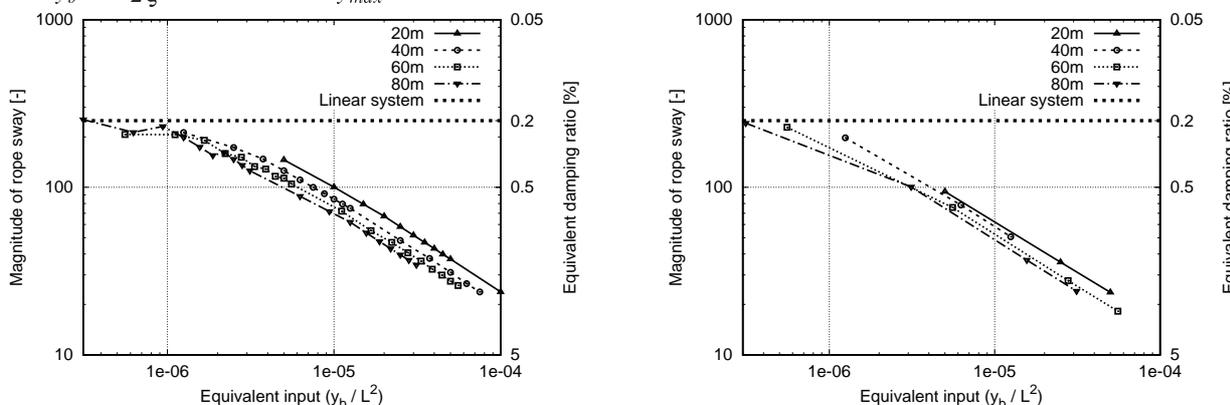


Fig. 4 Magnitude of rope sway against equivalent input (Left: difference equation, Right: 1-dof model)

ロープ長さの違いによらず、ほぼ1つの曲線に集約されていることがわかる。

4.2 かご質量の影響

式(8)の外力項から、かご質量を変えた場合の建物等価入力として、 $\hat{T}y_b/g \approx My_b$ を用いる。かご質量を 200kg から 50%, 150%に変更した結果を図5に示す。図5(a)の左ピークが質量 50%, 右ピークが質量 150%に対応する。

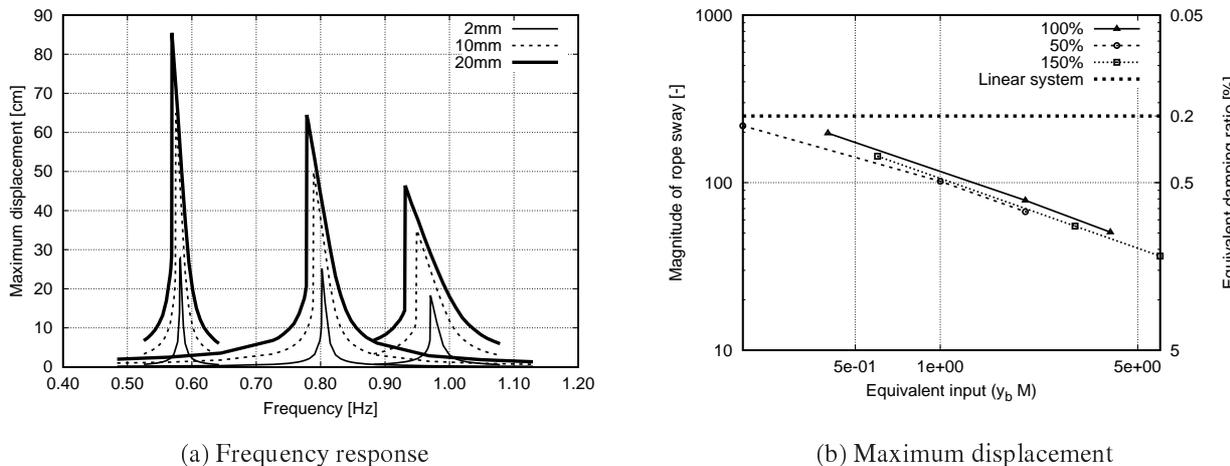


Fig. 5 Influence of car mass (1-dof model, $L = 40\text{m}$)

図5(a)で示すように、かご質量が増えると、張力増加で横振動の固有振動数が高くなる。これにより、縦振動の固有振動数の1/2に近づくことになり、縦振動が増大する。よって、張力が緩み勝手になることで、共振点が低

周波側に移動する非線形効果が強くなる。また、図 5(b) で示すように、建物等価入力の設定により、共振倍率の特性が、かご質量の違いによらず、1つの曲線に集約されている。

4.3 ロープ線密度の影響

式 (8) の外力項から、ロープ線密度を変えた場合の建物等価入力として、 y_b/ρ を用いる。ロープ線密度を 70%、130%に変更した結果を図 6 に示す。図 6(a) の右ピークが線密度 70%、左ピークが線密度 130%に対応する。

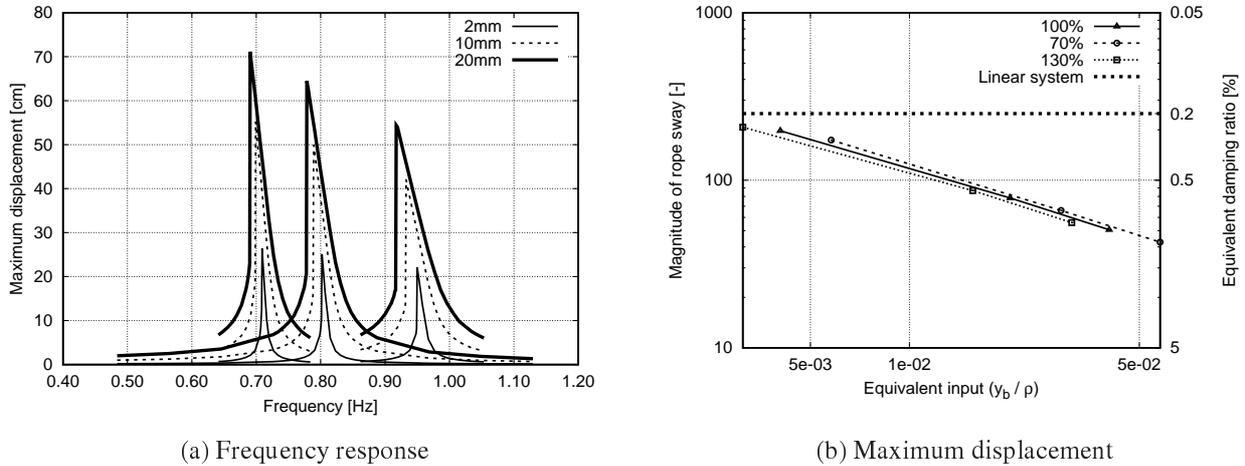


Fig. 6 Influence of rope linear density (1-dof model, $L = 40\text{m}$)

図 6(a) で示すように、線密度が小さくなると固有振動数が高くなる。これにより、前節の結果と同様に、共振点が低周波側に移動する非線形特性が強くなる。また、図 6(b) で示すように、建物等価入力の設定により、共振倍率の特性が、線密度の違いによらず、1つの曲線に集約されている。

5. 結 言

本報告では、エレベータの主ロープを対象として、1自由度振動モデルと差分方程式の比較を行うとともに、ロープ振れに影響するパラメータを適切に設定することで、共振倍率を整理した。

計算結果より、縦振動の影響による差異があるものの、1自由度振動モデルと差分方程式は概ね同様の共振倍率特性を示すことが明らかとなった。また、ロープ長さ、かご質量、ロープ線密度を変えた場合の共振倍率を評価する手法について提案し、各変数条件に対して一つの曲線で共振応答倍率が表現できることを示した。

文 献

- (1) 渡辺誠治, 瀧川行洋, "エレベーターロープの非線形振動解析", 交通・物流部門大会講演論文集, (2002), pp.407-408.
- (2) 伊東弘晃, 森下明平, "ロープ縦横連成振動系のモデリング", 昇降機・遊戯施設等の最近の技術と進歩講演論文集, (2003), pp.1-4.
- (3) 木村弘之, "変位拘束部材を有するエレベータ・ロープの振動解析(両端から対称に2個配置された場合)", Dynamics and Design Conference 講演論文集, (2019), 150.
- (4) 昇降機システムの安全・安心問題研究会, "エレベータロープ振れの計算手法と共振時の応答倍率評価", 昇降機・遊戯施設等の最近の技術と進歩講演論文集, (2020), pp.37-42.
- (5) 渡辺誠治, "エレベータロープの縦横連成振動メカニズム" 昇降機・遊戯施設等の最近の技術と進歩講演論文集, (2020), pp.43-48.
- (6) 木村弘之, 飯島智樹, 松尾繁憲, 藤田善昭, "エレベータ・ロープの横振動解析(実験結果と解析結果の比較)", 日本機械学会論文集(C編), Vol.74 No.737 (2008), pp.31-36.
- (7) 金子元樹, 中川淳一, 新井晋治, "エレベータロープの横振動モデルの実験検証", 昇降機・遊戯施設等の最近の技術と進歩講演論文集, (2003), pp.1-4.